

MÉTODO ANALÍTICO DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS POR AJUSTE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA ATRAVÉS DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO CONVEXO E UTILIZANDO CONJUNTOS GERADORES

BRUNO P. SILVEIRA*, ROBERTO ADES*

**Instituto Militar de Engenharia - IME*
Departamento de Engenharia Elétrica
Praça General Tibúrcio, 80 - Urca
CEP 22290-270 - Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Emails: bpinhosilveira@yahoo.com.br, rades@ime.eb.br

Abstract— This work presents an identification method to determine the transfer function from a physical system, using its frequency response. The poles and zeros are analytically calculated in an optimal manner based on a cost function in quadratic norm. The model matching is based on the frequency response of the system under analysis, obtained from the Fast Fourier Transform (*FFT*). In the last part of paper, three examples are presented. The first one is an academic example, the Brazilian Interconnected System, with a 1,637-order transfer function. In the second, the model of the magnetic levitator from IME's Control Lab is identified. Finally, a tracking system is used. In some cases, balanced model reduction techniques may be employed, with the purpose to make the representation simpler, without compromising the identified dynamics.

Keywords— Identification, frequency response, generator sets, *FFT*, model reduction.

Resumo— Este trabalho apresenta uma metodologia para identificação da função de transferência de um sistema físico, baseada no ajuste da resposta em frequência medida. Os pólos e zeros são calculados analiticamente e de maneira ótima, segundo uma função custo de norma quadrática. A resposta em frequência do sistema sob análise é obtida através do uso da Transformada Rápida de Fourier (*FFT*). No final do artigo apresentam-se três exemplos. O primeiro é um exemplo acadêmico, o Sistema Interligado Brasileiro, cuja função de transferência identificada é de ordem 1.637. No segundo, o modelo do levitador magnético do Laboratório de Controle do IME é identificado. Por fim, utiliza-se um sistema do tipo rastreamento. Em alguns casos, a redução de ordem de modelos por realização balanceada pode ser empregada, com a finalidade de tornar a representação mais simples, sem comprometer a dinâmica identificada.

Keywords— Identificação, resposta em frequência, conjuntos geradores, *FFT*, redução de modelo.

1 Introdução

As técnicas de identificação surgem como uma ferramenta alternativa à modelagem convencional que, em muitos casos, têm aplicação limitada devido à complexidade física da planta. Um bom modelo é aquele que consegue representar a dinâmica do sistema satisfatoriamente sem apresentar uma complexidade matemática excessiva. Em muitos casos, o modelo é o ponto de partida para as aplicações de sínteses de controle, que permitirão modificar o comportamento do sistema em malha fechada, no sentido de atender requisitos de robustez em estabilidade e desempenho.

Nos últimos anos, muitas técnicas de identificação foram propostas, ora baseadas no domínio do tempo, ora no domínio da frequência. No primeiro grupo (Carvalho, 2000; Macedo, 2001), sinais conhecidos são aplicados na entrada do sistema e então as saídas correspondentes são medidas com um grande número de amostras. A partir do conjunto de dados escolhido, procura-se determinar um modelo para o sistema sob teste através da minimização de um critério de erro, também chamado de função custo. Nas técnicas classificadas no segundo grupo, os dados medidos estão relacionados com as características frequenciais do sistema. As duas formas de identificação

apresentam resultados bastante eficientes, porém (Pintelon et al., 1994) mostra algumas vantagens deste último grupo: maior facilidade no tratamento do ruído, redução do volume de dados, dispensa da necessidade de estimação do estado inicial e fácil validação do modelo. Diversas abordagens têm sido apresentadas para o problema da identificação no domínio da frequência (Pintelon et al., 1994; Akçay e Heuberger, 2001; Wulhynek e Ades, 2003). Trabalhos como (Sanathanan e Koerner, 1963; Bayard, 1994; Medina et al., 1994; Akçay et al., 1998) adotaram abordagens utilizando o Método dos Mínimos Quadrados. Outros (Helmicki et al., 1991; Gu et al., 1992; Ninness, 1998) utilizam a estimação baseando-se na norma H_∞ . Observa-se também em alguns trabalhos como (Gu et al., 1992; Friedman e Khargonekar, 1995; Akçay e Heuberger, 2001) o uso de algoritmos com dois estágios: no primeiro uma estimação de alta ordem é realizada e no segundo é feita uma redução da ordem do modelo por realização balanceada. Em (Ninness, 1996) utilizou-se uma base como Laguerre ou Kautz. Em todos esses trabalhos, observa-se a preocupação em obter soluções analíticas, o que normalmente só é possível quando os problemas propostos são convexos nas variáveis de decisão.

A metodologia proposta consiste em aumen-

tar gradativamente a ordem do modelo estimado, de maneira que o ajuste entre as respostas em frequência do sistema e do modelo atinja um custo pré-definido. Assim, obtém-se uma família de modelos dos quais um será escolhido para representar a dinâmica do sistema analisado. A escolha baseia-se no compromisso entre o erro de ajuste e a complexidade matemática. Parte-se da resposta em frequência da planta, que pode ser medida a cada frequência em laboratório a partir da injeção de sinais senoidais, ou ainda, obtida através da aplicação da *FFT* nos sinais de entrada e nas correspondentes saídas da planta.

2 Descrição do Problema e a Metodologia Proposta

O problema abordado consiste na determinação da função de transferência (FT) de um sistema do tipo caixa-preta, onde suas entradas e saídas são sinais contínuos no tempo. Admite-se que esse sistema seja linear ou possa ser linearizado em seu ponto de operação. Consideram-se apenas os sistemas SISO. A idéia principal para a extensão ao caso MIMO linear consiste na aplicação da metodologia em cada elemento da matriz de transferência do sistema sob teste, considerando individualmente cada par entrada-saída. Assim, a extensão para o caso multivariável pode ser feita às custas do aumento do tempo de processamento computacional.

A metodologia proposta foi subdividida em três partes. A primeira consiste em obter a resposta em frequência do sistema, $G(j\omega)$, para um conjunto arbitrário de frequências, $\underline{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m]^T$, numa determinada faixa de interesse. Na segunda parte, procura-se estimar uma FT com ordem n previamente escolhida, $G_e^n(s)$, que melhor se ajuste ao diagrama de resposta em frequência levantado na primeira parte. A terceira parte consiste na validação e verificação da possibilidade de redução da ordem do modelo estimado via realização balanceada.

Define-se o critério de erro $J(\underline{\theta})$, baseado em norma quadrática:

$$J(\underline{\theta}) = \|D(\underline{\beta}, j\omega)G(j\omega) - N(\underline{\alpha}, j\omega)\|_2^2 \quad (1)$$

sendo $N(\underline{\alpha}, j\omega)$ e $D(\underline{\beta}, j\omega)$ as respostas em frequência do numerador e do denominador de $G_e^n(s)$ e $\underline{\theta} = [\underline{\alpha}^T \quad \underline{\beta}^T]^T$ o vetor de parâmetros a ser determinado. Em outras palavras, deseja-se calcular os pólos e zeros de $G_e^n(s)$ (parâmetros $\underline{\beta}$ de $D(s)$ e $\underline{\alpha}$ de $N(s)$) de maneira que a função custo em (1) seja minimizada e possa ser utilizada como critério para determinar uma aproximação adequada de $G(j\omega)$.

A expansão de $G_e^n(s)$ deve contemplar funções racionais estritamente próprias e bipróprias, permitindo obter modelos que possuam pólos múltiplos e/ou complexos conjugados. Para tanto, a

representação das funções estimadas adotará uma expansão sob a forma de conjuntos geradores:

$$\begin{aligned} G_e^n(\underline{\theta}, s) &= \sum_{i=0}^n \alpha_i P_i(s) = \frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)} \quad (2) \\ &= \frac{\alpha_0 s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n} \end{aligned}$$

onde $P_i(s) = \frac{s^{n-i}}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n}$ e

$$\begin{aligned} \underline{\alpha} &= [\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_n]^T \in \mathbb{R}^{n+1}, \\ \underline{\beta} &= [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_n]^T \in \mathbb{R}^n, \\ \underline{\theta} &= [\underline{\alpha}^T \quad \underline{\beta}^T]^T \in \mathbb{R}^{2n+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

O coeficiente do termo s^n do denominador é escolhido como $\beta_0 = 1$, tendo em vista a possibilidade de simplificação de $G_e^n(\underline{\theta}, s)$ e a vantagem de estimação de um parâmetro a menos. Arbitrada a ordem n , estabelece-se o seguinte problema de otimização, para $\underline{\theta} \in \mathbb{R}^{2n+1}$:

$$\min_{\underline{\theta}} J(\underline{\theta}) = \min_{\underline{\theta}} \|D(\underline{\beta}, j\omega)G(j\omega) - N(\underline{\alpha}, j\omega)\|_2^2 \quad (4)$$

A Figura 1 apresenta um diagrama em blocos da metodologia proposta. Uma vez determinada a resposta em frequência, o algoritmo segue para o método de identificação propriamente dito. O método calcula analiticamente os pólos e zeros de maneira ótima, minimizando o custo em (4). Aumenta-se gradativamente a ordem do modelo estimado, visando alcançar o custo previamente estabelecido. Dessa forma, chega-se a uma família de modelos que satisfazem o problema. A escolha de $G_e^n(s)$ está baseada no compromisso entre a precisão necessária para se representar o comportamento da planta e a complexidade matemática desejada para o modelo. Por fim, verifica-se a possibilidade de redução da ordem dos modelos por realização balanceada, através da análise dos valores singulares de Hankel e submete-se o modelo à validação. Os blocos da Figura 1 são discutidos mais detalhadamente a seguir.

2.1 Determinação da Resposta em Frequência

Parte-se da observação e da medição dos sinais de entrada $u(t)$ e de saída $y(t)$ do sistema sob análise, através do uso de placas A/D (analógicas-digitais). O levantamento da curva de resposta em frequência do sistema é obtido a partir da aplicação da *FFT* sobre um par de sinais entrada $u(kT)$ - saída $y(kT)$ com $k = 1, 2, \dots$, onde T é o período de discretização. Para plantas instáveis, o método requer que o sistema seja previamente estabilizado sendo, às vezes, necessário realimentá-lo. Conhecendo-se a dinâmica do controlador, pode-se extrair o modelo em malha aberta do modelo em malha fechada identificado. A aplicação da *FFT* com esse fim já foi abordada por diversos autores (Ninness, 1996; Pintelon

et al., 1997; Aguirre, 2000), não sendo o objetivo principal deste trabalho. Uma das vantagens consiste na possibilidade de levantar a resposta em frequência sem que haja interferência na operação do sistema.

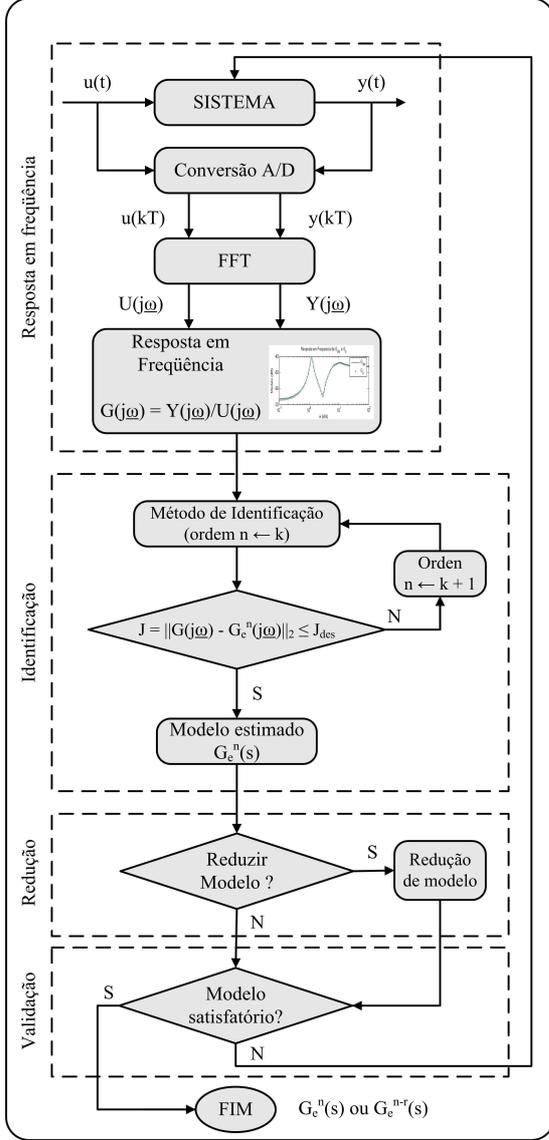


Figura 1: Diagrama em blocos da metodologia proposta.

A resposta em frequência pode ser calculada como:

$$U(j\omega) = FFT[u(kT)]; Y(j\omega) = FFT[y(kT)]$$

$$G(j\omega_i) = \frac{Y(j\omega_i)}{U(j\omega_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

2.2 Cálculo dos Pólos e Zeros

Para o cálculo da posição ótima dos pólos e zeros, segundo o critério (1), as FTs estimadas serão geradas pela expansão apresentada anteriormente na equação (2).

Partindo da função custo em (1):

$$J(\underline{\theta}) = \|D(\underline{\beta}, j\omega)G(j\omega) - N(\underline{\alpha}, j\omega)\|_2^2$$

$$= \sum_{i=1}^m |D(\underline{\beta}, j\omega_i)G(j\omega_i) - N(\underline{\alpha}, j\omega_i)|^2$$

$$= \sum_{i=1}^m \Psi(j\omega_i)\Psi^*(j\omega_i) \quad (6)$$

com $\Psi(j\omega_i) = D(\underline{\beta}, j\omega_i)G(j\omega_i) - N(\underline{\alpha}, j\omega_i)$ e $\Psi^*(j\omega_i) = \Psi(-j\omega_i)$.

Esse problema, quadrático no vetor de parâmetros $\underline{\theta}$, é convexo nas variáveis $\underline{\alpha}$ e $\underline{\beta}$ (Bazaara e Shetty, 1993) e pode ser solucionado calculando $\underline{\alpha}_{ot}$ e $\underline{\beta}_{ot}$ de maneira que:

$$\nabla J(\underline{\theta}) = \left(\frac{\partial J}{\partial \underline{\alpha}}, \frac{\partial J}{\partial \underline{\beta}} \right)^T = [\underline{0} \quad \underline{0}]^T \quad (7)$$

Derivando parcialmente (6) em relação a $\underline{\theta}$, de acordo com (3) :

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_p} = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta_p} \Psi^*(j\omega_i) + \Psi(j\omega_i) \frac{\partial \Psi^*}{\partial \theta_p} \right) \quad (8)$$

As derivadas parciais de $\Psi(j\omega_i)$ em relação a α_k e β_l resultam em:

$$\frac{\partial \Psi(j\omega_i)}{\partial \alpha_k} = -(j\omega_i)^{n-k} = -R_{n-k}$$

$$\frac{\partial \Psi(j\omega_i)}{\partial \beta_l} = (j\omega_i)^{n-l} G(j\omega_i) = R_{n-l} G \quad (9)$$

para $k = 0, \dots, n; l = 1, \dots, n$ e com R_n e G funções de $(j\omega_i)$.

Substituindo (9) em (8) e realizando algumas manipulações algébricas, chega-se a:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_k} = \sum_{i=1}^m 2Re[R_{n-k}(j\omega_i)N^*(\underline{\alpha}, j\omega_i) - R_{n-k}(j\omega_i)G^*(j\omega_i)D^*(\underline{\beta}, j\omega_i)]$$

$$\frac{\partial J}{\partial \beta_l} = \sum_{i=1}^m 2Re[R_{n-l}(j\omega_i)G(j\omega_i)N^*(\underline{\alpha}, j\omega_i) - R_{n-l}(j\omega_i)G(j\omega_i)G^*(j\omega_i)D^*(\underline{\beta}, j\omega_i)]$$

onde $Re[\cdot]$ representa a parte real do argumento.

De acordo com (7), $\frac{\partial J}{\partial \alpha_k} = 0$ e $\frac{\partial J}{\partial \beta_l} = 0$, permitindo escrever

$$\sum_{i=1}^m Re[R_{n-k}(j\omega_i)N^*(\underline{\alpha}, j\omega_i) - R_{n-k}(j\omega_i)G^*(j\omega_i)D^*(\underline{\beta}, j\omega_i)] = 0 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^m Re[R_{n-l}(j\omega_i)G(j\omega_i)N^*(\underline{\alpha}, j\omega_i) - R_{n-l}(j\omega_i)G(j\omega_i)G^*(j\omega_i)D^*(\underline{\beta}, j\omega_i)] = 0 \quad (11)$$

Manipulando-se algebricamente (10) e (11), chega-se a um sistema de equações lineares da

forma $Q\theta = Y$, onde os termos independentes são aqueles correspondentes ao coeficiente β_0 . A matriz dos coeficientes, Q , e o vetor Y têm tratamento computacional mais fácil se analisados de maneira particionada. Assim:

$$\begin{bmatrix} -Q_1 & Q_2 \\ -Q_3 & Q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\alpha \\ -\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_1 \\ -Y_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde $Q_j = \sum_{i=1}^m Re[M_j]$, $j = 1, \dots, 4$, $Y_1 = \sum_{i=1}^m Re[A]$, $Y_2 = \sum_{i=1}^m Re[B]$, com

$$M_1 = \begin{bmatrix} R_n R_n^* & R_n R_{n-1}^* & \dots & R_n R_0^* \\ R_{n-1} R_n^* & R_{n-1} R_{n-1}^* & \dots & R_{n-1} R_0^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_0 R_n^* & R_0 R_{n-1}^* & \dots & R_0 R_0^* \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= -M_1(:, 2:n+1)G^* \\ M_3 &= M_1(2:n+1, :)G \\ M_4 &= -M_1(2:n+1, 2:n+1)G^*G \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} R_n R_n^* G^* \\ R_{n-1} R_n^* G^* \\ \vdots \\ R_0 R_n^* G^* \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} R_{n-1} R_n^* G^* G \\ R_{n-2} R_n^* G^* G \\ \vdots \\ R_0 R_n^* G^* G \end{bmatrix}$$

Os termos $M_1(:, 2:n+1)$ e $M_1(2:n+1, :)$ são submatrizes da matriz M_1 excluindo-se a primeira coluna e a primeira linha, respectivamente. Os argumentos das expressões anteriores foram simplificados, mas são todos funções de $(j\omega_i)$.

2.3 Redução e Validação do Modelo

De posse da família de modelos estimados, faz-se a análise de seus valores singulares de Hankel e, de acordo com o resultado, aplica-se a técnica de redução de modelos via truncamento balanceado (Zhou, 1996). O procedimento restringe-se à simples aplicação da técnica, amplamente difundida na literatura de controle. O passo seguinte visa qualificar o modelo estimado $G_e^n(s)$ e classificá-lo em satisfatório ou não. Em (Ljung, 1999), alguns métodos de validação são apresentados.

3 Exemplos de Aplicação

3.1 Sistema Interligado Brasileiro

Este sistema possui características continentais com predominância de geração hidrelétrica, alimentando grandes cargas através de linhas de transmissão de longas distâncias. Todos os equipamentos relevantes do sistema para esse estudo foram detalhadamente modelados (Martins et al., 1999), resultando num modelo com 1.676 variáveis de estado. Para este trabalho, alguns

controladores foram desconectados de forma a tornar instável, para uma dada condição operativa, o modo interárea Norte-Sul de oscilação eletromecânica $(+0,1089 \pm 1,2052i)$, resultando em 1.637 estados.

A FT escolhida para a aplicação da metodologia proposta é a mesma utilizada para a estabilização desse modo interárea, $G(s) = P(s)/B(s)$, onde P e B são as transformadas de Laplace do desvio de potência ativa na linha de interligação e da susceptância associada ao Compensador Série Controlado a Tiristores (TCSC) instalado no terminal Sul (Serra da Mesa), respectivamente. O vetor de frequências ω utilizado contém 100 pontos com espaçamento logarítmico uniforme entre $0,1 \text{ rad/s}$ e 20 rad/s .

A Tabela 1 apresenta os custos calculados com a técnica proposta e a Figura 2 mostra a resposta em frequência dos modelos estimados de ordens 5 e 8, comparativamente à resposta em frequência medida $G(j\omega)$.

Tabela 1: Custos J de $G_e^n(s)$ pelo método proposto.

Ordem (n)	J	Ordem (n)	J
5	0,03085	8	0,00175
6	0,00380	9	0,01405
7	0,05877	10	0,00130

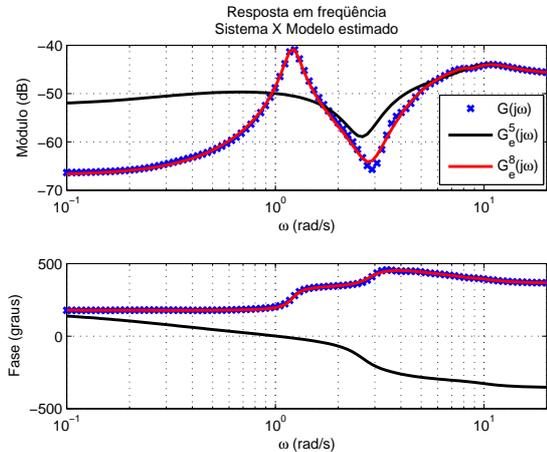


Figura 2: Respostas em frequência dos modelos estimados $G_e^5(j\omega)$ e $G_e^8(j\omega)$ e do SIB $G(j\omega)$.

3.2 Levitador Magnético do IME

O Levitador Magnético (Figura 3) é um sistema que consiste em manter suspensa uma esfera de aço, atuando com uma força magnética que se opõe à força peso provocada pelo campo gravitacional da terra. Devido à instabilidade inerente ao sistema, foi viável apenas realizar a identificação

em malha fechada, isto é, com o sistema previamente estabilizado. O procedimento de obtenção da curva de resposta em frequência foi descrito em (Wulhynek, 2002).



Figura 3: Detalhe do Levitador Magnético.

A Tabela 2 compara os custos calculados com a técnica proposta e aqueles apresentados por (Wulhynek, 2002). Neste último, a não-convexidade do problema abordado requer o uso de um outro método e de programação não-linear (Bazaara e Shetty, 1993). A Figura 4 mostra a resposta em frequência do modelo estimado de ordem 6, obtida pelo algoritmo proposto, comparativamente à resposta em frequência medida $G(j\omega)$.

Tabela 2: Custos de $G_e^n(s)$ pelo método proposto (J_1) e de $G_{e,o}^n(s)$ em (Wulhynek, 2002) (J_2).

Ordem (n)	J_1	J_2
6	0,90703	3,67602
7	0,87860	3,67602
9	0,74548	3,67602

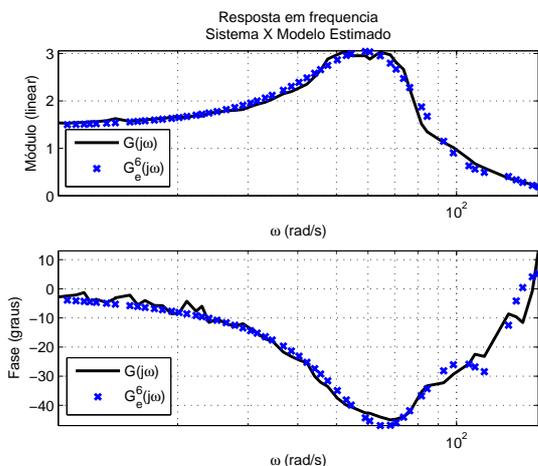


Figura 4: Respostas em frequência do modelo estimado $G_e^6(j\omega)$ e do Levitador Magnético $G(j\omega)$.

3.3 Sistema de Rastreamento

O Sistema de Rastreamento ilustrado na Figura 5 busca reproduzir à distância uma variação angular imposta a um comando eletromecânico. Uma vez que uma determinada posição angular for comandada, o sistema posicionará a alavanca de saída com o mesmo ângulo da entrada de referência. O conjunto de dados de resposta em frequência é obtido a partir da aplicação da *FFT* aos sinais de entrada e de saída do sistema, medidos em laboratório, conforme mostrado na Seção 2.1. Neste exemplo, faz-se necessário o tratamento prévio dos dados com o objetivo de reduzir o efeito do ruído, fornecendo pontos de resposta em frequência mais precisos. Como este sistema foi projetado, encontra-se disponível um modelo de projeto, cujos parâmetros podem ser encontrados em (Valle, 2005). O modelo original pode ser comparado àqueles identificados pela metodologia proposta neste artigo e aos resultados obtidos pela técnica de imposição de pólos apresentados por (Valle, 2005).

A Tabela 3 compara os custos calculados com a técnica proposta e aqueles apresentados por (Valle, 2005). Neste último, a não-convexidade do problema abordado requer o uso de um outro método e de programação não-linear (Bazaara e Shetty, 1993). A Figura 6 mostra a resposta em frequência do modelo estimado de ordem 2, obtida pelo algoritmo proposto, comparativamente à resposta em frequência medida $G(j\omega)$.

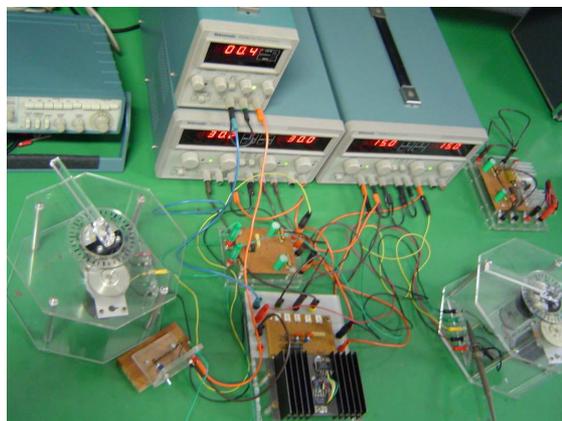


Figura 5: Detalhe do Servomecanismo (Sistema de Rastreamento)

Tabela 3: Custos de $G_e^n(s)$ pelo método proposto (J_1) e de $G_{e,o}^n(s)$ em (Valle, 2005) (J_2).

Ordem (n)	J_1	J_2
1	0,07186	---
2	0,05124	0,08675
3	0,08741	0,08075
4	0,06070	---

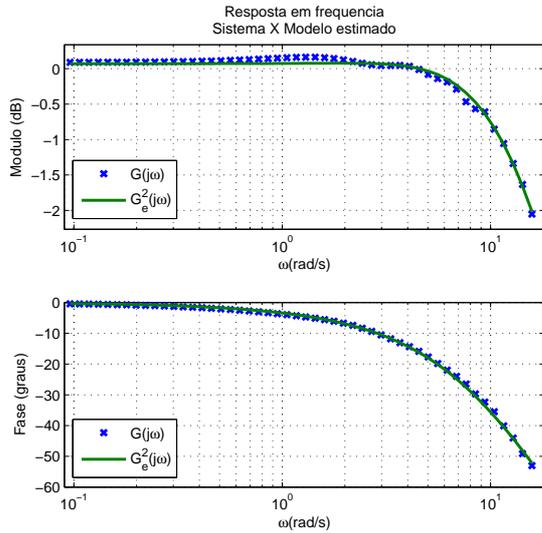


Figura 6: Respostas em frequência do modelo estimado $G_e^2(j\omega)$ e do Servomecanismo $G(j\omega)$.

4 Conclusões

Apresentou-se uma nova metodologia para identificação de modelos. Entre as vantagens destacam-se: i) cálculo analítico da posição ótima dos pólos e zeros do modelo estimado, de acordo com a ordem arbitrada e com o critério de ajuste proposto; ii) tempo relativamente baixo de processamento computacional para obtenção de um modelo aproximado; iii) possibilidade de emprego do algoritmo na identificação em tempo real, com aplicações de controle em sistemas lineares variantes no tempo e iv) possibilidade de identificação sem que haja a necessidade de interferir na operação do sistema. Os ajustes alcançados no exemplo do Sistema Interligado Brasileiro apresentaram erros relativamente baixos e satisfatórios. Foi possível obter um modelo de ordem mais baixa que aquele utilizado para gerar os dados. A metodologia proposta também se mostrou aplicável em sistemas reais, como pode ser observado nos exemplos do Levitador Magnético e do sistema de rastreamento. Os resultados obtidos foram comparados com os de outros trabalhos e se mostraram satisfatórios.

Referências

Ades, R. e Valle, R. C. (2005). Identificação de sistemas no domínio da frequência por conjuntos pré-selecionados via imposição de pólos, *VII SBAI*.

Aguirre, L. A. (2000). *Introdução à identificação de sistemas*, Editora UFMG, Belo Horizonte.

Akçay, H. e Heuberger, P. (2001). A frequency-domain iterative identification algorithm using general orthonormal basis functions, *Automatica* (37): 663–674.

Akçay, H., Islam, S. M. e Ninness, B. (1998). Identification of power transformer models from frequency response data: A case study, *Signal Processing* (68): 307–315.

Bayard, D. S. (1994). High-order multivariable transfer function curve fitting: algorithms, sparse matrix methods and experimental results., *Automatica* (30): 1439–1444.

Bazaara, S. e Shetty (1993). *Nonlinear programming theory and algorithms*, 2 edn, John Wiley and Sons.

Carvalho, M. R. L. (2000). *Controle PID de plantas identificadas via parâmetros de Markov*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.

Friedman, J. H. e Khargonekar, P. P. (1995). Application in H_∞ to lightly damped systems: two case studies, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* (3): 279–289.

Gu, G., Khargonekar, P. P. e Li, Y. (1992). Robust convergence of 2-stage nonlinear algorithms for identification in H_∞ , *Systems and control Letters* (18): 253–263.

Helmicki, A. J., Jacobson, C. A. e Nett, C. N. (1991). Control oriented system identification: a worst-case/deterministic approach in h_∞ , *IEEE Trans on Automatic Control* 36(10): 1163–1176.

Ljung, L. (1999). *System identification: theory for the user*, 2nd. edn, Prentice Hall, New Jersey.

Macedo, R. B. S. (2001). *Identificação de sistemas usando conjuntos geradores otimizados*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.

Martins, N., Barbosa, A. A., Ferraz, J. C. R., Santos, M. G., Bergamo, A. L. B., Yung, C. S., Oliveira, V. R. e Macedo, N. J. P. (1999). Retuning stabilizers for the north-south brazilian interconnection, *Proc. of Power Eng. Society Summer Meeting*.

Medina, E. A., Irwin, R. D., Mitchell, J. R. e Bukley, A. (1994). MIMO system identification using frequency response data, *The Journal of the Astronautical Sciences* 42(1): 113–129.

Ninness, B. (1996). Frequency domain estimation using orthonormal bases, *Proceedings of 13th IFAC World Congress, San Francisco, USA*.

Ninness, B. (1998). A stochastic approach to linear estimation in H_∞ , *Automatica* 34(4): 405–414.

Pintelon, R., Guillaume, P., Rolain, Y., Schoukens, J. e Van Hamme, H. (1994). Parametric identification of transfer functions in frequency domain, *IEEE Trans on Automatic Control* 39(11): 2245–2260.

Pintelon, R., Schoukens, J. e Vandersteen, G. (1997). Frequency domain system identification using arbitrary signals, *IEEE Trans on Automatic Control* 42(12): 1717–1720.

Sanathanan, C. K. e Koerner, J. (1963). Transfer function synthesis as a ratio of two complex polynomials, *IEEE Trans on Automatic Control* AC(8): 56–58.

Valle, R. C. (2005). *Identificação de sistemas no domínio da frequência por conjuntos pré-selecionados via imposição de pólos*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.

Wulhynek, S. P. (2002). *Identificação de sistemas no domínio da frequência utilizando conjunto gerador otimizado*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.

Wulhynek, S. P. e Ades, R. (2003). Identificação de sistemas no domínio da frequência utilizando conjuntos geradores otimizados, *III SNCA, Salvador, Brasil*, 1(1): 80–85.

Zhou, K. (1996). *Robust and optimal control*, Prentice Hall, New Jersey.